

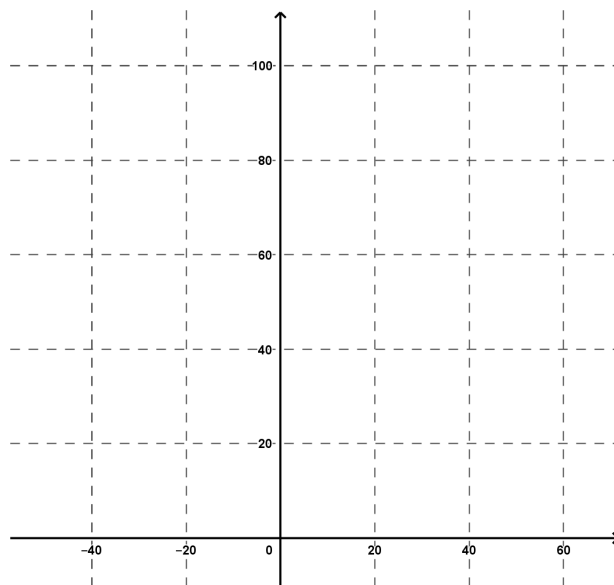
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Γ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Εφαρμογές Διαφορικού Λογισμού

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 18x^2 + 81x$.

Να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού,
- (β) τα σημεία τομής με τους άξονες
- (γ) τα τοπικά ακρότατα,
- (δ) τα σημεία καμπής,
- (ε) τη συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού της
- (στ) να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης,

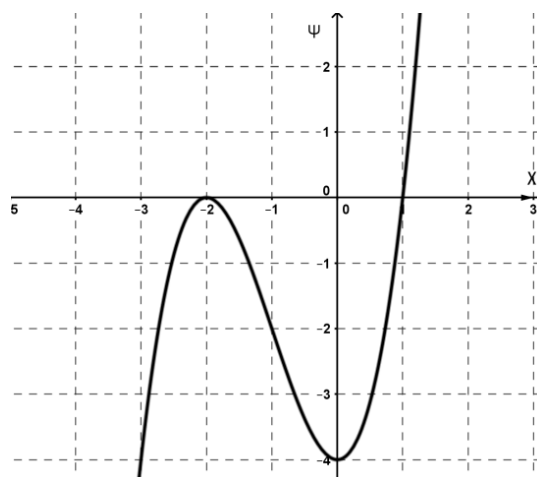


2. Δίνεται η πρώτη $f'(x) = x(x - 3)^2$ της συνάρτησης $y = f(x)$. Για την συνάρτηση $y = f(x)$ να βρείτε:

- (α) τα κρίσιμα σημεία
- (β) τα διαστήματα μονοτονία
- (γ) την δεύτερη παράγωγο
- (δ) τη θέση των σημείων καμπής
- (ε) τα διαστήματα κυρτότητας

3. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία συνάρτηση $f(x)$ με $f'(x) = (3 + x)(x - 1)^2(4 - x)$

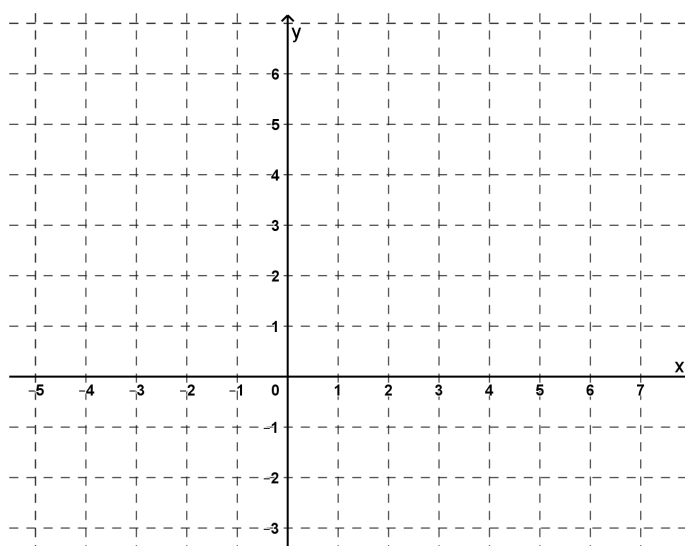
4. Να χρησιμοποιήσετε τη γραφική παράσταση της f' που δίνεται πιο κάτω για να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της $\psi = f(x)$ παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο, τοπικό μέγιστο και σημείο καμπής.



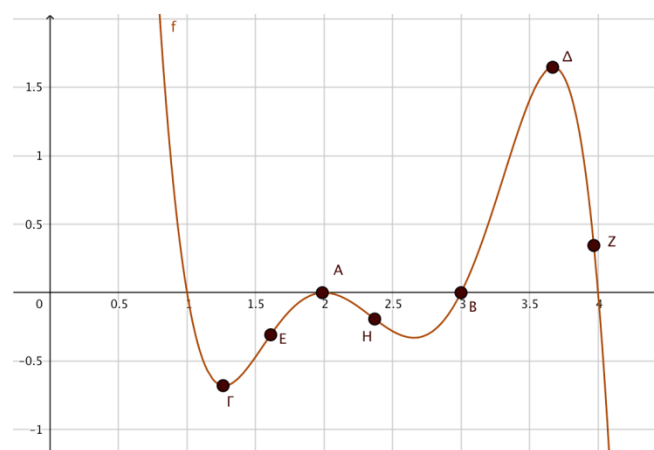
5. Να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = f(x)$ η οποία διέρχεται από τα σημεία $(-\sqrt{3}, 0)$, $(0, 0)$, $(\sqrt{3}, 0)$, $(-1, -3)$, $(1, 3)$ και το πρόσημο των δύο πρώτων παραγώγων της μεταβάλλεται ως εξής:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	
Μονοτονία $f(x)$									

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		+	0	-	
Κυρτοτητα $f(x)$					



6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της πολωνυμικής συνάρτησης $y = f(x)$. Να αναφέρετε το πρόσημο των f' και f'' σε κάθε ένα από τα σημεία του σχήματος συμπληρώνοντας τον πίνακα. Σε ποιο/ποιά διάστημα/διαστήματα η συνάρτηση είναι κυρτή; Ποιο/ποια από τα σημεία Α - Η είναι κρίσιμα;



	A	B	Γ	Δ	E	Z	H
f'							
f''							

7. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$, $x \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε την τιμή του x για την οποία η παράγωγος της f παίρνει την ελάχιστη τιμή της. Ακολούθως, να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή της παραγώγου της f .
8. Να προσδιοριστούν δύο θετικοί αριθμοί με τις εξής ιδιότητες:
Το άθροισμά τους να είναι 20 και το γινόμενο των τετραγώνων τους να είναι μέγιστο.
9. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{x^4}{12} - \frac{\lambda x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + x + 1$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η συνάρτηση f να είναι κυρτή στο $\mathbb{R}$.
10. Η τιμή ενός προϊόντος είναι $(1000 - \frac{x}{4})$ € ανά τόνο. Το κόστος παραγωγής είναι 500€ ανά τόνο και τα έξοδα ασφάλισης του προϊόντος είναι συνολικά 12000€ για την όλη παραγωγή.
(α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση που δίνει το κέρδος από την πώληση x τόνων του προϊόντος έχει τύπο $P(x) = -\frac{x^2}{4} + 500x - 12000$
(β) Να βρείτε την παραγωγή που πρέπει να έχουμε, ώστε ο ρυθμός μεταβολής του κέρδους να είναι 200 ευρώ.
(γ) Να βρείτε την ποσότητα που πρέπει να παράγουμε, ώστε να επιτύχουμε το μέγιστο κέρδος.
(δ) Να βρείτε το μέγιστο κέρδος.
11. Έστω η συνάρτηση $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + a^2 - 4a$ όπου $a \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι:
(α) Η f παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο και ένα τοπικό ελάχιστο.
(β) Το τοπικό ελάχιστο της f είναι μικρότερο από το τοπικό μέγιστο για κάθε τιμή του $a \in \mathbb{R}$.
12. Η πλευρά ΑΔ ορθογωνίου οικοπέδου ΑΒΓΔ μεταβλητών διαστάσεων συνορεύει με ένα ποτάμι. Ο ιδιοκτήτης πρόκειται να περιφράξει τις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ. Το κόστος για τις πλευρές ΑΒ, ΔΓ είναι 3 ευρώ ανά μέτρο ενώ για την ΒΓ είναι 4 ευρώ ανά μέτρο. Πώς πρέπει να επιλέγουν οι διαστάσεις του οικοπέδου ώστε αυτό να έχει το μέγιστο εμβαδόν, με δεδομένο ότι ο ιδιοκτήτης θα διαθέσει 120 ευρώ για την περίφραξη.
13. Σε ένα εργαστήριο ζαχαροπλαστικής παρασκευάζονται ταψιά με γαλακτομπούρεκα. Το συνολικό κόστος κατασκευής x ταψιών με γαλακτομπούρεκο την εβδομάδα ανέρχεται περίπου στα $\frac{x^2}{4} + 25x + 25$ σεντ και τιμή πώλησης στα $(1000 - \frac{x}{2})$ το ένα.
(α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση P του κέρδους είναι:
$$P(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 975x - 25, \quad x \leq 2000$$

(β) Πόσα ταψιά με γαλακτομπούρεκο την εβδομάδα πρέπει να παράγει το εργαστήριο, ώστε να έχει το μέγιστο δυνατό κέρδος;
14. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 6bx + 1$, $a, b \in \mathbb{R}$ η οποία παρουσιάζει τοπικά ακρότατα στις θέσεις $x_1 = -3, x_2 = 2$.
(α) Να βρεθούν οι τιμές των a, b
(β) Για $a=3, b=6$: Να βρείτε το σημείο της καμπύλης στο οποίο ο ρυθμός μεταβολής της f είναι ο ελάχιστος.

15. Η θέση ενός υλικού σημείου το οποίο εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση από τον τύπο

$$x(t) = t^3 + kt^2 + \lambda t, t \in [0,10], \kappa, \lambda \in \mathbb{R} \text{ όπου το } t \text{ μετριέται σε sec και το } x \text{ σε μέτρα (m).}$$

(α) Αν την χρονική στιγμή $t = 1 \text{ sec}$ η ταχύτητα είναι $u(1) = 9 \text{ m/s}$ και η επιτάχυνση $a(1) = -12 \text{ m/s}^2$, να βρείτε τις τιμές των $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$.

(β) Αν $\kappa = -9$ και $\lambda = 24$ να βρείτε:

(i) Πότε το μέτρο της ταχύτητας του υλικού σημείου είναι 9 m/s

(ii) Πότε το σημείο μένει ακίνητο

(iii) Τα χρονικά διαστήματα κατά τα οποία το σημείο κινείται κατά τη θετική ή αρνητική κατεύθυνση.

(iv) Ποιο το ολικό διάστημα που διένυσε το σημείο στα πρώτα 10 δευτερόλεπτα της κίνησής του;

(v) Ποια η μετατόπιση του από την αρχική θέση.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

16. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω αόριστα ολοκληρώματα

$$\alpha) \int a \, dx =$$

$$\beta) \int (3 - 2x) \, dx =$$

$$\gamma) \int \left(\frac{x^2}{3} + 5x^4 \right) \, dx =$$

$$\delta) \int \left(\frac{4}{x^2} - \frac{2}{5} \cdot x - \frac{x^5}{4} \right) \, dx =$$

$$\epsilon) \int (-8 + 4x - x^2 + 5x^8 - 9 \frac{x^7}{7}) \, dx$$

$$\sigma\tau) \int (x^{100} - 50x^{-100}) \, dx$$

$$\zeta) \int \frac{3x^3 - 1}{x^2} \, dx =$$

$$\eta) \int (4x - 1)(3x - x^2) \, dx =$$

$$\theta) \int \left(\sqrt[4]{x^5} - \frac{5}{2x^5} \right) \, dx =$$

$$\iota) \int (\pi - x^\pi) \, dx$$

$$\kappa) \int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^{-3}} \right) \, dx =$$

$$\lambda) \int \left(2\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) \, dx =$$

$$\mu) \int 2x(5 - x)^2 \, dx =$$

$$\nu) \int (2x - 1)^2 \, dx =$$

17. Να βρείτε τις παράγουσες της συνάρτησης $f(x) = 3x^2$ και μετά, να βρείτε εκείνη από τις παράγουσες που η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$.

18. Αν $f(x) = g'(x)$ και $u(x) = v'(x)$, να υπολογίσετε συναρτήσει των $f(x)$ και $g(x)$, τα αόριστα ολοκληρώματα:

$$(\alpha) \int f(x) \, dx =$$

$$(\beta) \int (3f(x) - u(x)) \, dx =$$

19. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β, γ , και δ , ώστε:

$$\int [4(\alpha - \beta)x^3 + 3(\alpha + \beta)x^2 + 2\gamma x + \delta] \, dx = 3x^4 + 7x^3 + 4x^2 + 2x + c$$

20. Αν $f''(x) = 6x + 2$, $f'(1) = 5$ και $f(1) = -2$ να βρείτε την $f(x)$.

21. Να βρείτε τις τιμές των $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει $\int (\kappa - 2\lambda)x^{\kappa+3} \, dx = x^2 + c$

22. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f αν $f'(x) = 6x^2 - 4$ και $f(1) = -1$

23. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης για την οποία ισχύει $f''(x) = 4x + 1$ και παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $(1, -2)$.

24. Να βρείτε τη συνάρτηση f , για την οποία ισχύει $f''(x) = 12x^2 + 2$ και η γραφική της παράσταση στο σημείο της $A(1,1)$ έχει κλίση 3.

- 25.** Από την πώληση ενός προϊόντος μιας εταιρείας, διαπιστώθηκε ότι ο ρυθμός μεταβολής του κόστους $K(t)$ του προϊόντος είναι $1000 - 0,8t$ (σε ευρώ την ημέρα), ενώ ο ρυθμός εισπραξης $E(t)$ στο τέλος των t ημερών δίνεται από τον τύπο $E'(t) = 1300 + 0,4t$ (σε ευρώ την ημέρα). Να υπολογίσετε το συνολικό κέρδος της εταιρείας μεταξύ της 4^{ης} και της 7^{ης} μέρας.
- 26.** Το κέρδος $P(x)$ μιας επιχείρησης σε ένα χρόνο είναι συνάρτηση του αριθμού των προϊόντων που παράγει. ο περιθώριο κέρδους είναι το κέρδος που θα αποκομίσει από την παραγωγή ενός επιπλέον προϊόντος, όταν παράγει ήδη x προϊόντα και είναι ίσο με τον ρυθμό μεταβολής του κέρδους $P'(x)$. Αν το περιθώριο κέρδους μιας επιχείρησης κατασκευής υπολογιστών δίνεται από τον τύπο $P'(x) = 6x - 255$ και τα λειτουργικά έξοδα της επιχείρησης με μηδενική παραγωγή είναι €4500, να υπολογίσετε: α) το κέρδος (ή ζημιά) της επιχείρησης, όταν κατασκευάζει 80 υπολογιστές. β) τον ελάχιστο αριθμό υπολογιστών που πρέπει να κατασκευάζει σε μια μερα για να μην έχει ζημια.
- 27.** Μια νέα γεώτρηση εξόρυξης πετρελαίου έχει ρυθμό άντλησης που δίνεται από τον τύπο $R'(t) = 20 + 10t - \frac{3}{4}t^2$, όπου $R(t)$ είναι ο αριθμός σε χιλιάδες των βαρελιών που ανλήθηκαν στους πρώτους t μήνες λειτουργίας της. Να βρείτε πόσα βαρέλια θα έχουν αντληθεί τους 8 πρώτους μήνες λειτουργίας της.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ-ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

- 28.** Δίνεται το σύνολ αναφοράς $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ και τα υποσύνολά του $A=\{1, 2, 4, 8, 9\}$, $B=\{x \in \Omega: x \text{ περιττός}\}$. Να υπολογίσετε τα σύνολα:
- (α) B' (β) $A - B$ (γ) $(A \cap B)'$ (δ) $A \cup B$ (ε) $A' \cup B'$
- 29.** Δίνεται η λέξη ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ
- α) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.
 β) Παίρνουμε τυχαία ένα από τους πιο πάνω αναγραμματισμούς.
 Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:
 Α: «Ο αναγραμματισμός αρχίζει με Ρ και τελώνει σε Γ»
 Β: «Ο αναγραμματισμός έχει όλα τα φωνήεντα μαζί»
 Γ: «Ο αναγραμματισμός αρχίζει με φωνήεν» (Παγκύπριες 2017)
- 30.** Να βρείτε το πλήθος των διαφορετικών τετραψηφίων αριθμών που μπορούμε να σχηματίσουμε με τα ψηφία 0, 4, 7, 8, αν επιτρέπεται η επανάληψη ψηφίου.
 Πόσοι από τους πιο πάνω αριθμούς:
 (α) Αρχίζουν και τελιώνουν με το ψηφίο 7
 (β) Είναι άρτιοι
 (γ) Έχουν το γινόμενο των ψηφίων τους ίσο με 0 (Παγκύπριες 2017)

- 31.** α) Τι ονομάζουμε δειγματικό χώρο ενός πειράματος τύχης;
 β) Ρίχνουμε ένα αμερόληπτο ζάρι μία φορά. Να βρείτε:
 i) Το δειγματικό χώρο Ω του πειράματος τύχης.
 ii) Την πιθανότητα του ενδεχομένου A: «το ζάρι φέρει άρτια ένδειξη». (Παγκύπριες 2017)
- 32.** Ο όμιλος φωτογραφίας ενός σχολείου αποτελείται από 10 μαθήτριες και 8 μαθητές. Πρόκειται να επιλεγεί μια ομάδα πέντε ατόμων από τα μέλη του ομίλου για να πραγματοποιηθεί μια φωτογράφιση. Να βρείτε με πόσους τρόπους μπορεί να επιλεγεί η ομάδα:
 Α) Αν δεν υπάρχει κανένας περιορισμός.
 Β) Αν θα αποτελείται από τρεις μαθήτριες και δύο μαθητές. (Παγκύπριες 2017)
- 33.** Για τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω δίνονται:
- $$P(B) = \frac{1}{4}, \quad P(A) = 4P(A') - 2, \quad P(A \cup B) = \frac{11}{20}$$
- α) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες: $P(A)$, $P(A \cap B)$, $P(A - B)$
 β) Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα. (Παγκύπριες 2016)
- 34.** Σε ένα ευρωπαϊκό πρόγραμμα συμμετέχουν 4 μαθητές από την Κύπρο, 3 μαθητές από το Βέλγιο και 2 μαθητές από την Ελλάδα.
 α) Να βρείτε με πόσους τρόπους μπορούν οι πιο πάνω μαθητές να καθίσουν σε 9 αριθμημένα καθίσματα σε ευθεία γραμμή ώστε:
 i. Να μην υπάρχει κανένας περιορισμός.
 ii. Οι μαθητές από την Κύπρο να κάθονται όλοι μαζί στην αρχή.
 iii. Οι μαθητές από την Ελλάδα να μην κάθονται ο ένας δίπλα στον άλλο.
 β) Να βρείτε με πόσους τρόπους οι μαθητές μπορούν να καθίσουν σε κυκλικό τραπέζι ώστε οι μαθητές από το Βέλγιο να κάθονται σε συνεχόμενες θέσεις. (Παγκύπριες 2016)
- 35.** Μέσα σε ένα ψυγείο παγωτών υπάρχουν 6 παγωτά με γεύση βανίλια, 4 παγωτά με γεύση σοκολάτα και 5 παγωτά με γεύση φράουλα.
 α) Αν πάρουμε στην τύχη ένα παγωτό να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου:
 K: «Το παγωτό έχει γεύση σοκολάτα»
 β) Αν πάρουμε στην τύχη δύο παγωτά, να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:
 Λ: «Το ένα παγωτό έχει γεύση φράουλα και το άλλο έχει γεύση βανίλια»
 Μ: «Τα παγωτά έχουν την ίδια γεύση»
 γ) Αν πάρουμε στην τύχη τέσσερα παγωτά, να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου:
 Ν: «Τα παγωτά έχουν όλες τις γεύσεις» (Παγκύπριες 2016)
- 36.** Πόσους τριψήφιους αριθμούς μπορούμε να σχηματίσουμε χρησιμοποιώντας τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5, 6, αν δεν επιτρέπεται η επανάληψη ψηφίων;
- 37.** Σε μια ομάδα εργασίας για το περιβάλλον συμμετέχουν 8 Ευρωπαίοι και 3 Αμερικανοί επιστήμονες. Από αυτούς θα επιλεγεί τυχαία μια τετραμελής επιτροπή. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:
 Α: Η επιτροπή να αποτελείται από δύο Ευρωπαίους και δυο Αμερικανούς.
 Β: Η επιτροπή να αποτελείται από τρεις τουλάχιστον Ευρωπαίους.
 Γ: Η επιτροπή να αποτελείται από επιστήμονες της ίδιας ηπείρου.
 Δ: Στην επιτροπή να αντιπροσωπεύονται και οι δυο ήπειροι.

38. Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , με $P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{2}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{12}$, να βρείτε την πιθανότητα:

- (α) Να μην πραγματοποιηθεί το A
- (β) Να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα A, B
- (γ) Να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα A, B .
- (δ) Να πραγματοποιηθεί μόνο το A
- (ε) Να πραγματοποιηθεί ακριβώς ένα από τα A, B
- (στ) Να πραγματοποιηθεί το πολύ ένα από τα A, B .

39. Τα A και B είναι ανεξάρτητα ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω .

Αν $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{3}{4}$, να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

- (α) $P(A \cap B)$ (β) $P(A \cup B)$ (γ) $P(B/A')$ (Παγκύπριες 2009)

40. Δίνεται η λέξη «ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ»

- (α) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.
- (β) Αν πάρουμε στην τύχη ένα από τους πιο πάνω αναγραμματισμούς, να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

K : Ο αναγραμματισμός αρχίζει με A και τελειώνει σε A .

Λ : Ο αναγραμματισμός έχει τα σύμφωνα σε συνεχόμενες θέσεις.

M : Ο αναγραμματισμός δεν έχει δύο A συνεχόμενα.

(Παγκύπριες 2009)

41. Μια βιομηχανία κατασκευάζει αυτοκίνητα σε δύο εργοστάσια. Το 3% των αυτοκινήτων που κατασκευάζει το εργοστάσιο A και το 1% των αυτοκινήτων που κατασκευάζει το εργοστάσιο B είναι ελαττωματικά.

Το 2005 το εργοστάσιο A κατασκεύασε 15000 αυτοκίνητα και το εργοστάσιο B 5000 αυτοκίνητα.

Ελέγχουμε τυχαία ένα αυτοκίνητο της βιομηχανίας από την παραγωγή του 2005.

- (α) Να βρείτε την πιθανότητα το αυτοκίνητο που ελέγξαμε να έχει κατασκευαστεί από το εργοστάσιο A .
- (β) Να βρείτε την πιθανότητα το αυτοκίνητο που ελέγξαμε να είναι ελαττωματικό.
- (γ) Αν το αυτοκίνητο που ελέγξαμε είναι ελαττωματικό, ποια η πιθανότητα να έχει κατασκευαστεί από το εργοστάσιο A .

(Παγκύπριες 2006)

42. Από τους μαθητές ενός Λυκείου

Το 20% αυτών συμμετέχει στον διαγωνισμό της Βιολογίας

Το 85% δεν συμμετέχει στον διαγωνισμό της Μαθηματικής Εταιρείας

Το 8% συμμετέχει και στους δύο διαγωνισμούς. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

- (α) Γ : Ο μαθητής να μη συμμετέχει σε κανένα από τους δύο διαγωνισμούς.
- (β) Δ : Ο μαθητής να συμμετέχει σ'ένα μόνο διαγωνισμό.
- (γ) E : Ο μαθητής να συμμετέχει μόνο στον διαγωνισμό της Βιολογίας.

43. Αν A και B είναι ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με $P(A') = \frac{3}{4}, P(A/B) = \frac{1}{4}$, και

$P(B/A) = \frac{1}{2}$, να υπολογίσετε τις πιθανότητες: $P(B), P(A \cap B), P(A' \cap B')$ και να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα.

(Παγκύπριες 2011)

- 44.** Δίνεται η λέξη «ΦΑΕΙΝΗ». Να βρείτε:
- (α) πόσοι είναι όλοι οι αναγραμματισμοί της πιο πάνω λέξης
 - (β) σε πόσους από αυτούς τους αναγραμματισμούς δεν περιέχεται η λέξη «ΝΕΑ»
(Παγκύπριες 2011)
- 45.** Σε μια πτήση με αεροπλάνο το 60% των επιβατών είναι άνδρες και το 40% είναι γυναίκες. Το 25% των ανδρών επιβατών ταξιδεύει για επαγγελματικούς λόγους, ενώ το αντιστοιχο ποσοστό για τις γυναίκες είναι 15%. Επιλέγουμε στην τύχη ένα άτομο από τους επιβάτες της πτήσης αυτής.
- (α) Να βρείτε την πιθανότητα το άτομο αυτό να ταξιδεύει για επαγγελματικούς λόγους
 - (β) Αν το άτομο που επιλέξαμε στην τύχη ταξιδεύει για επαγγελματικούς λόγους, να βρείτε την πιθανότητα το άτομο αυτό να είναι άνδρας.
(Παγκύπριες 2009)
- 46.** Το 5% των πλυντηρίων που διαθέτει μία εταιρεία παρουσιάζει βλάβη εντός του χρόνου εγγύησης, ενώ μόνο το 2% των ψυγείων της εταιρείας χαλάει πριν λήξει η εγγύησή τους. Αν κάποιος αγοράσει ένα πλυντήριο και ένα ψυγείο της εταιρείας, ποια η πιθανότητα
- (α) και τα δύο να χρειαστούν επισκευή πριν από την λήξη της εγγύησής τους;
 - (β) τουλάχιστον ένα από τα δύο να χρειαστεί επισκευή πριν λήξει η εγγύησή του.
 - (γ) ακριβώς ένα από τα δύο να χρειαστεί επισκευή πριν λήξει η εγγύησή του;
- 47.** Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου για τα οποία δίνεται ότι $P(A) = 0.5, P(A \cup B) = 0.8$.
Να υπολογιστεί η πιθανότητα $P(B)$ αν είναι γνωστό ότι
- (α) τα ενδεχόμενα A και B είναι ξένα μεταξύ τους.
 - (β) τα ενδεχόμενα A και B είναι ανεξάρτητα
 - (γ) ισχύει ότι $P(A/B) = 0.25$